Info III Tutorium

Thomas Pajor

23. Januar 2006

Punkteverteilung

Übungsblatt 10 (Aufgabe 2)

- Aufgabe 2a – 4P
- Aufgabe 2b – 2P

$\Rightarrow$ 6 Punkte.

Die Punkte für Aufgabe (1) werden mit Blatt 11 verrechnet. Wer die (1) schon mit abgegeben hat, kriegt das ÜB erst nächste Woche zurück – also nicht wundern :-)

Aufgabe

Aufgabe 2 (letzte Woche) - Definition

Sei $G := (V, \Sigma, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik und seien induktiv die folgenden Mengen definiert:

$$\begin{aligned} X_0 &:= \Sigma \\ X_{n+1} &:= X_n \cup \{A \mid A \in V, \exists z \in X_n^* : A \to z\} \end{aligned}$$

(a) Zeigen Sie: $X_i \subseteq X_{i+1}$ für alle i und es gibt ein $k \in \mathbb{N}$ mit $X_k = X_{k+1}$ und falls $X_k = X_{k+1}$ so ist auch $X_k = X_{k+r}$ für alle $r \in \mathbb{N}$.

Aufgabe

Aufgabe 2 (letzte Woche) - Definition

Sei $G := (V, \Sigma, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik und seien induktiv die folgenden Mengen definiert:

$$X_0 := \Sigma$$
$$X_{n+1} := X_n \cup \{A \mid A \in V, \exists z \in X_n^* : A \to z\}$$

(b) Zu jedem $A \in V$ sei $L(A) = \{z \mid z \in \Sigma^*, A \overset{*}{\Rightarrow} z\}$ Zeigen Sie, dass $L(A) \neq \emptyset$ genau dann, wenn es ein $n \in \mathbb{N}$ gibt, mit $A \in X_n$.

Aufgabe

Aufgabe 2 (letzte Woche) - Definition

Sei $G := (V, \Sigma, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik und seien induktiv die folgenden Mengen definiert:

$$\begin{aligned} X_0 &:= \Sigma \\ X_{n+1} &:= X_n \cup \{A \mid A \in V, \exists z \in X_n^* : A \to z\} \end{aligned}$$

(c) Geben Sie den worst–case Aufwand der Konstruktion aller X_i im $\mathcal{O}$ Kalkül an.

Algorithmus von Cocke–Younger–Kasami

for $i := 1$ **to** n **do** $T[i,1] := \{A \in V \mid A \to x_i \in P\}$

for $j := 2$ **to** n **do**
  for $i := 1$ **to** $n - j + 1$ **do**
    $T[i,j] = \emptyset$
    for $k := 1$ **to** $j - 1$ **do**
      $T[i,j] = T[i,j] \cup \{A \mid \exists A \to BC \in P$ mit
        $B \in T[i,k]$ und $C \in T[i+k, j-k]\}$

if $S \in T[1,n]$ return „Ja“ **else** return „Nein“

Algorithmus von Cocke–Younger–Kasami

for $i := 1$ **to** n **do** $T[i,1] := \{A \in V \mid A \rightarrow x_i \in P\}$

for $j := 2$ **to** n **do**
  for $i := 1$ **to** $n - j + 1$ **do**
    $T[i,j] = \emptyset$
    for $k := 1$ **to** $j - 1$ **do**
      $T[i,j] = T[i,j] \cup \{A \mid \exists A \rightarrow BC \in P$ mit
        $B \in T[i,k]$ und $C \in T[i+k, j-k]\}$

if $S \in T[1,n]$ return „Ja“ **else** return „Nein“

Algorithmus von Cocke–Younger–Kasami

for $i := 1$ **to** n **do** $T[i,1] := \{A \in V \mid A \to x_i \in P\}$

for $j := 2$ **to** n **do**
  for $i := 1$ **to** $n - j + 1$ **do**
    $T[i,j] = \emptyset$
    for $k := 1$ **to** $j - 1$ **do**
      $T[i,j] = T[i,j] \cup \{A \mid \exists A \to BC \in P$ mit
        $B \in T[i,k]$ und $C \in T[i+k, j-k]\}$

if $S \in T[1,n]$ return „Ja“ **else** return „Nein“

Aufgabe

Aufgabe 1)

Gegeben sei folgende kontextfreie Grammatik
$G := (V := \{S\}, \Sigma := \{(,)\}, P, S)$ mit

$$P := \{S \rightarrow SS \mid (S) \mid ()\}$$

(a) Wandeln Sie G in Chomsky–Normalform G'.

(b) Prüfen Sie ob die Wörter $w_1 := ()()(())$ und $w_2 := ()())$ in $L(G)$ enthalten sind, und geben Sie ggf. eine Ableitungsfolge $S \stackrel{*}{\Rightarrow} w$ an.

(c) Geben Sie einen nichtdeterministischen Kellerautomaten $\mathcal{K}$ an, der $L(G)$ mit leerem Keller akzeptiert.

Aufgabe

Aufgabe 1)

Gegeben sei folgende kontextfreie Grammatik
$G := (V := \{S\}, \Sigma := \{(,)\}, P, S)$ mit

$$P := \{S \to SS \mid (S) \mid ()\}$$

(a) Wandeln Sie G in Chomsky–Normalform G'.

(b) Prüfen Sie ob die Wörter $w_1 := ()()(())$ und $w_2 := ()())$ in $L(G)$ enthalten sind, und geben Sie ggf. eine Ableitungsfolge $S \overset{*}{\Rightarrow} w$ an.

(c) Geben Sie einen nichtdeterministischen Kellerautomaten $\mathcal{K}$ an, der $L(G)$ mit leerem Keller akzeptiert.

Aufgabe

Aufgabe 1)

Gegeben sei folgende kontextfreie Grammatik
$G := (V := \{S\}, \Sigma := \{(,)\}, P, S)$ mit

$$P := \{S \to SS \mid (S) \mid ()\}$$

(a) Wandeln Sie G in Chomsky–Normalform G'.

(b) Prüfen Sie ob die Wörter $w_1 := ()()(())$ und $w_2 := ()())$ in $L(G)$ enthalten sind, und geben Sie ggf. eine Ableitungsfolge $S \overset{*}{\Rightarrow} w$ an.

(c) Geben Sie einen nichtdeterministischen Kellerautomaten $\mathcal{K}$ an, der $L(G)$ mit leerem Keller akzeptiert.

Aufgabe

Aufgabe 1)

Gegeben sei folgende kontextfreie Grammatik
$G := (V := \{S\}, \Sigma := \{(,)\}, P, S)$ mit

$$P := \{S \to SS \mid (S) \mid ()\}$$

(a) Wandeln Sie G in Chomsky–Normalform G'.

(b) Prüfen Sie ob die Wörter $w_1 := ()()(())$ und $w_2 := ()())$ in $L(G)$ enthalten sind, und geben Sie ggf. eine Ableitungsfolge $S \overset{*}{\Rightarrow} w$ an.

(c) Geben Sie einen nichtdeterministischen Kellerautomaten $\mathcal{K}$ an, der $L(G)$ mit leerem Keller akzeptiert.

Aufgabe 1a)

Lösung von Aufgabe 1a) (CNF)

Die Chomsky–Normalform der Grammatik G ist
$G' := (V \cup \{Y_(, Y_), C\}, \Sigma, P', S)$ wobei

$$\begin{aligned} P' := \{S &\to SS, \\ S &\to Y_(C, \\ S &\to Y_(Y_), \\ C &\to S Y_), \\ Y_(&\to (, \\ Y_) &\to)\} \end{aligned}$$