Aufgaben zum Tut am 30.01.2006

Thomas Pajor

29. Januar 2006

Aufgabe 1)

Gegeben sei folgende kontextfreie Grammatik $G := (V := \{S\}, \Sigma := \{(,)\}, P, S)$ mit

$$\begin{aligned} P := \{S &\to SS, && (1)\\ S &\to (S), && (2)\\ S &\to ()\} && (3) \end{aligned}$$

(a) Wandeln Sie G in Chomsky–Normalform G'.

(b) Prüfen Sie mit dem Algorithmus von COCKE–YOUNGER–KASAMI ob die Wörter $w_1 := ()()(())$ und $w_2 := ()())$ in $L(G)$ enthalten sind und geben Sie ggf. eine Ableitungsfolge $S \overset{*}{\Rightarrow} w$ an.

(c) Geben Sie einen nichtdeterministischen Kellerautomaten $\mathcal{K}$ an, der $L(G)$ mit leerem Keller akzeptiert.

(d) Geben Sie eine Folge von Konfigurationen auf $\mathcal{K}$ an, so dass das Wort w_1 akzeptiert wird.

Lösung.

(a) siehe letzte Woche

(b) siehe letzte Woche

(c) Wir konstruieren aus G einen NKA $\mathcal{K} = (\{z\}, \Sigma, \Sigma \cup V, \delta, z, S)$ mit einem Zustand z, wobei δ durch folgende Tabelle definiert wird:

$(z, \downarrow, \rightarrow)$	S	(	)
ε	$\{SS, (S), ()\}$	$\{\}$	$\{\}$
(	$\{\}$	$\{\varepsilon\}$	$\{\}$
)	$\{\}$	$\{\}$	$\{\varepsilon\}$

(d) Betrachte folgende Ableitungsfolge von w_1 in G:

$$S \Rightarrow SS \Rightarrow ()S \Rightarrow ()SS \Rightarrow ()SS \Rightarrow ()()S \Rightarrow ()()(S) \Rightarrow ()()(())$$

Wir konstruieren zu dieser Ableitungsfolge eine Folge von Konfigurationen für den NKA $\mathcal{K}$:

$$\begin{aligned}
(z, ()()(()), S) &\rightarrow (z, ()()(()), SS) \\
&\rightarrow (z, ()()(()), ()S) \\
&\xrightarrow{2} (z, ()(()), S) \\
&\rightarrow (z, ()(()), SS) \\
&\rightarrow (z, ()(()), ()S) \\
&\xrightarrow{2} (z, (()), S) \\
&\rightarrow (z, (()), (S)) \\
&\rightarrow (z, ()), S)) \\
&\rightarrow (z, ()), ())) \\
&\xrightarrow{3} (z, \varepsilon, \varepsilon)
\end{aligned}$$

Aufgabe 2)

Gegeben sei die Sprache $L := \{a^n b^n \mid n > 0\}$ über $\Sigma := \{a, b\}$.

(a) Ist L deterministisch kontextfrei?

(b) Geben Sie einen deterministischen Kellerautomaten $\mathcal{K}$ mit $\mathcal{L}(\mathcal{K}) = L$ an.

(c) Sei nun L eine beliebige deterministisch kontextfreie Sprache und R eine reguläre Sprache. Beweisen oder widerlegen Sie: $L \cap R$ ist regulär.

Lösung.

(a) Ja, L ist deterministisch kontextfrei. Beweis siehe (b).

(b) Wir konstruieren einen deterministischen Kellerautomat $\mathcal{K} = (Q, \Sigma, \Gamma := \{X, \#\}, \delta, s, \#, F)$ wobei Q, s, F, δ durch den Übergangsgraph in Abbildung (1) definiert werden.

Der Automat legt für jedes gelesene a ein X auf den Keller. Sobald ein b gelesen wird, wechselt er den Zustand, und löscht für jedes gelesene b wieder ein X vom Keller. Offenbar akzeptiert $\mathcal{K}$ genau dann mit leerem Stack und Endzustand, wenn das Eingabewort die Form $a^n b^n$ hat.

(c) Sei L wieder $L := \{a^n b^n \mid n > 0\}$ eine deterministisch kontextfreie Sprache, die nicht regulär ist. Weiterhin sei $R := \{a\}^* \{b\}^*$ eine offenbar reguläre Sprache. Es gilt nun

$$L \subsetneq R$$

und damit folgt $L \cap R = \{a^n b^n \mid n > 0\} = L$.

Also ist $L \cap R$ im Allgemeinen nicht regulär.

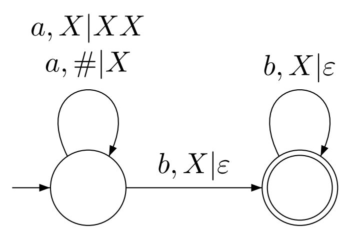

Abbildung 1: Deterministischer Kellerautomt der $a^n b^n$ akzeptiert.