Info IV Tutorium

Thomas Pajor

ITEC Dillmann

09. Juni 2006

Übungsblatt 6 & Co

Übungsblattabgabe

Abgabe vom 6. Übungsblatt erst am *Dienstag* nächste Woche!

Übungsblatt 6 & Co

Übungsblattabgabe

Abgabe vom 6. Übungsblatt erst am *Dienstag* nächste Woche!

Boyer & Moore

Ausführliche Beschreibung zum Boyer & Moore Algorithmus auf

www.logn.de/tut/

– zum Teil schon korrekturgelesen.

Fouriertransformation

Theorem (Fourier, 1822)

Jede periodische Funktion (die die Dirichlet–Bedingungen erfüllt $\rightsquigarrow$ *siehe VL–Folien) lässt sich in eine Summe von* sin *und* cos *Termen zerlegen.*

$\Rightarrow$ Dies ist die Aufgabe der Fouriertransformation!

Das Ergebnis wird uns sagen:

- Welche Frequenzen in dem Eingabesignal vorkommen
- Die Stärke dieser Frequenzen
- Die Phasenverschiebung der sin/cos–Terme (meistens nicht von Interesse)

Fouriertransformation

Das Ergebnis wird uns sagen:

- Welche Frequenzen in dem Eingabesignal vorkommen
- Die Stärke dieser Frequenzen
- Die Phasenverschiebung der sin/cos–Terme (meistens nicht von Interesse)

$$\text{Zeitdomäne} \leftrightarrow \text{Frequenzdomäne}$$

Aus der HM Vorlesung ist bekannt, dass folgende Identität gilt

Euler'sche Identität

$$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$$

Euler'sche Identität

Aus der HM Vorlesung ist bekannt, dass folgende Identität gilt

Euler'sche Identität

$$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$$

Damit lässt sich die zu zerlegende Funktion als Summe von Termen der Gestalt „$e^{i\varphi}$“ schreiben.

Definition

Definition (Fourier–Transformation)

Sei f eine Funktion die die Dirichlet–Bedingungen erfüllt, dann heißt die Funktion F mit

$$F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i2\pi ut}\, dt$$

die Fouriertransformierte von f.

Definition

Definition (Fourier–Transformation)

Sei f eine Funktion die die Dirichlet–Bedingungen erfüllt, dann heißt die Funktion F mit

$$F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i2\pi ut}\, dt$$

die Fouriertransformierte von f.

Definition (Inverse Fourier–Transformation)

Zu einer Funktion F ist die inverse Fourier–Transformation definiert durch

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(u) e^{+i2\pi ut}\, dt$$

Frequenzraum

Das Ergebnis der Fouriertransformation ist *komplex*. Es gibt:

- Betragsspektrum:

$$|F(u)| = \sqrt{\Re(F(u))^2 + \Im(F(u))^2}$$

- Phasenspektrum:

$$\Phi(u) = \arctan \frac{\Im(F(u))}{\Re(F(u))}$$

Diskrete Fouriertransformation

Für das Programmierprojekt eher interessant ist die *diskrete* Fouriertransformation.

- Unsere Bilder bestehen aus *diskreten* Pixeln
- Es gibt einen schnellen $\mathcal{O}(n \log n)$ Algorithmus zur Berechnung der DFT: Die Fast Fourier Transformation.

Dazu später mehr in der Vorlesung.

Diskrete Fouriertransformation

Für das Programmierprojekt eher interessant ist die *diskrete* Fouriertransformation.

- Unsere Bilder bestehen aus *diskreten* Pixeln
- Es gibt einen schnellen $\mathcal{O}(n \log n)$ Algorithmus zur Berechnung der DFT: Die Fast Fourier Transformation.

Dazu später mehr in der Vorlesung.

Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest: **Algorithmen – eine Einführung**

Simplex–Algorithmus (Geometrisch)

Algorithmus 1 : SimplexGeom

Eingabe : Lineares Programm (A, c, b) in Standardform
Ausgabe : Optimale Lösung x des LPs

$P \leftarrow$ konvexes Lösungspolyeder zu (A, c, b)

$x \leftarrow$ beliebige Ecke in P

solange *es gibt verbessernde Kante* $(x, y) \in P$ **tue**
  $x \leftarrow y$

return x

Algorithmus 2 : SimplexGeom

Eingabe : Lineares Programm (A, c, b) in Standardform
Ausgabe : Optimale Lösung x des LPs

$P \leftarrow$ konvexes Lösungspolyeder zu (A, c, b)

$x \leftarrow$ beliebige Ecke in P

solange *es gibt verbessernde Kante* $(x, y) \in P$ **tue**
  $x \leftarrow y$

return x

$\rightsquigarrow$ Wir bewegen uns über die Kanten des Polyeders von Ecke zu Ecke, bis wir eine optimale Ecke x gefunden haben.

Aufgabe 1.

Rohöl soll durch ein chemisches Verfahren in Komponenten zerlegt werden:

- schweres Öl S
- mittelschweres Öl M
- leichtes Öl L

Aufgabe 1.

Rohöl soll durch ein chemisches Verfahren in Komponenten zerlegt werden:

- schweres Öl S
- mittelschweres Öl M
- leichtes Öl L

Folgende Verfahren stehen zur Verfügung:

10 Einheiten Rohöl ergeben:

- 2 Einheiten S
- 2 Einheiten M
- 1 Einheit L

Kosten: 3€

10 Einheiten Rohöl ergeben:

- 1 Einheit S
- 2 Einheiten M
- 4 Einheiten L

Kosten: 5€

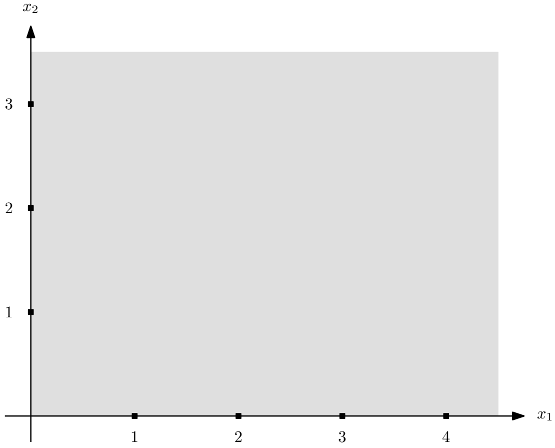
Aufgabe

Ein Kunde möchte nun

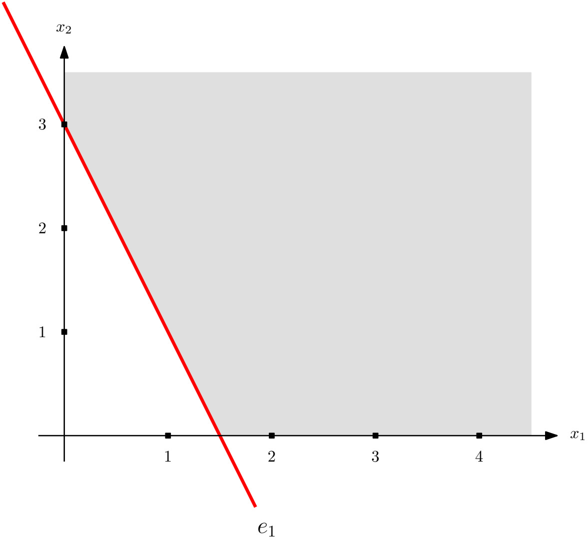
- 3 Einheiten S
- 5 Einheiten M
- 4 Einheiten L

Sie sollen diesen Auftrag unter Anwendung der beiden Verfahren so kostengünstig wie möglich erfüllen.

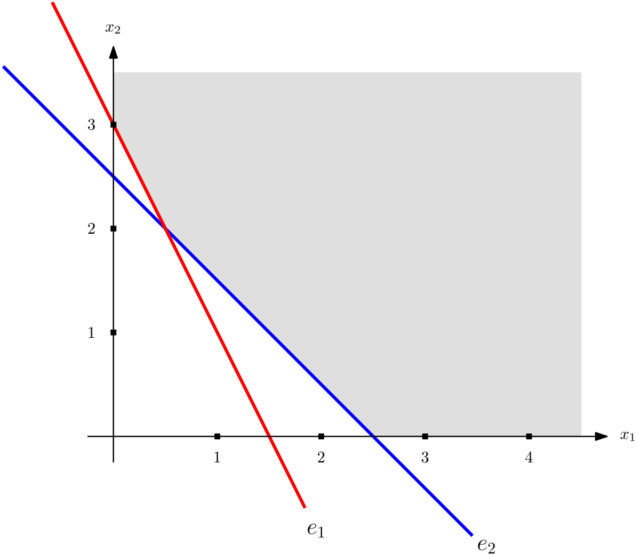
(a) Formulieren Sie das Problem als lineares Programm
(b) Bringen Sie das lineare Programm in Standardform
(c) Lösen Sie das LP mit Hilfe des geometrischen Simplexvefahrens


x_2
3
2
1
x_1
1
2
3
4

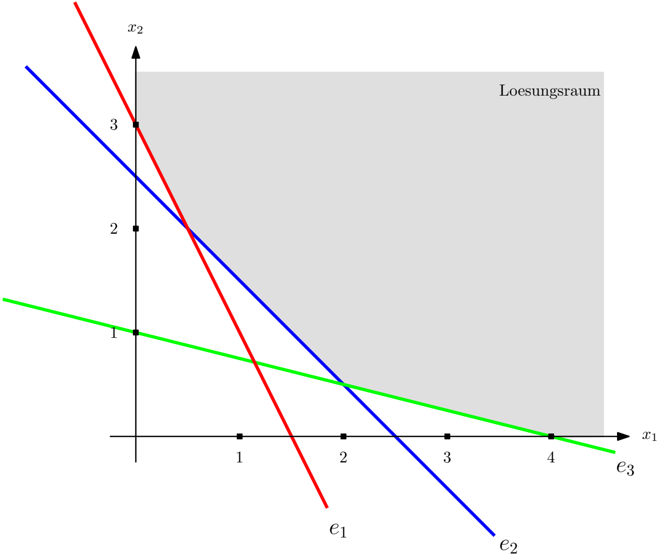
Simplex–Verfahren



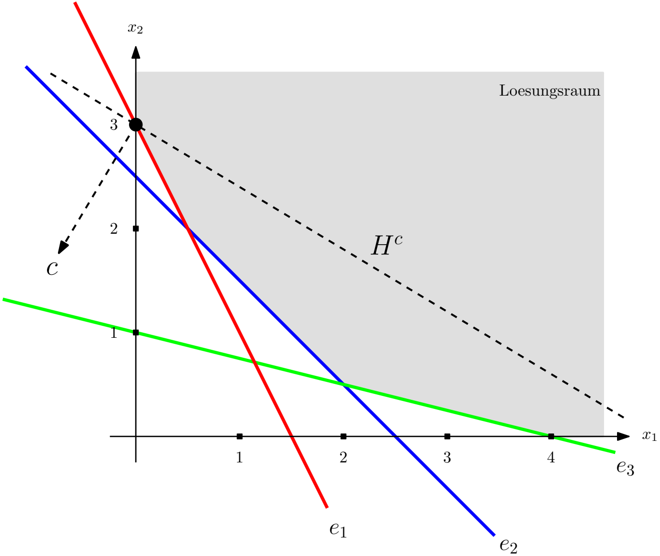
Simplex–Verfahren



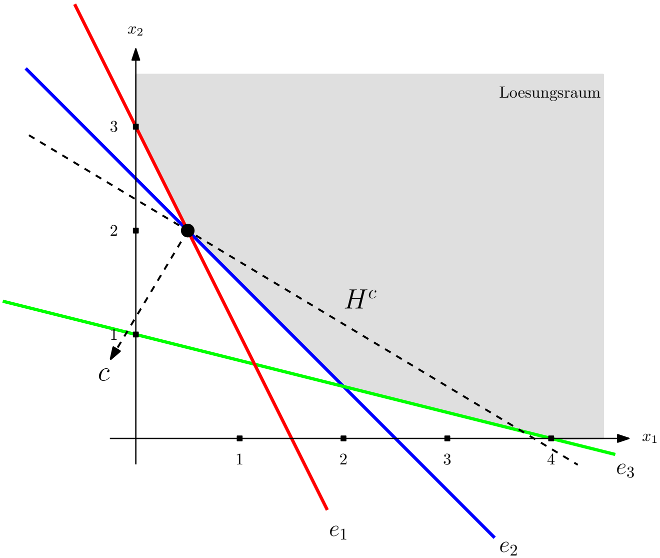
Simplex–Verfahren



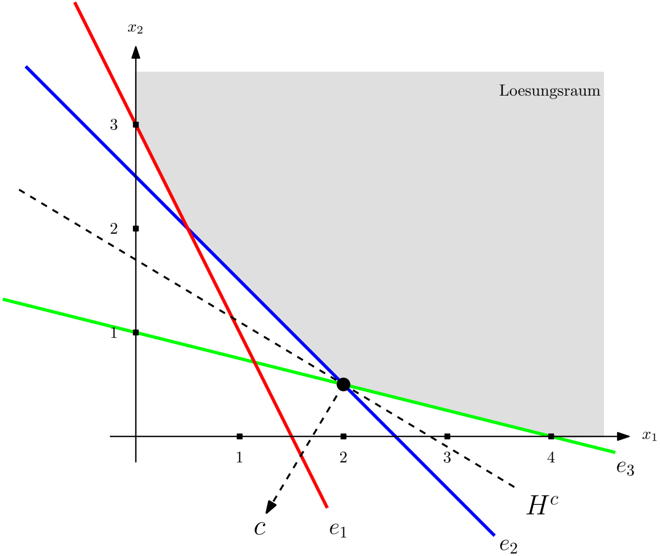
Simplex–Verfahren



Simplex–Verfahren



Simplex–Verfahren



Simplex–Verfahren